ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ Ι Ιούνιος 2018

Θέματα και απαντήσεις

ΘΕΜΑ 1: 8 μικροί ποδοσφαιριστές σε μια ακαδημία ποδοσφαίρου πρέπει να δηλώσουν την ένταξή τους σε τρεις ομάδες, τις Ο1, Ο2, Ο3. Αν θεωρήσουμε ότι η επιλογή των ομάδων γίνεται τυχαία βρείτε τις πιθανότητες:

(α) Η ομάδα Ο1 να επιλεγεί από 2 τουλάχιστον ποδοσφαιριστές.

(β) Κάθε ομάδα να επιλεγεί από 2 τουλάχιστον ποδοσφαιριστές

(γ) Κάποια ομάδα να μην επιλεγεί από κανένα ποδοσφαιριστή.

Απάντηση:

Η επιλογή των ομάδων γίνεται τυχαία, κάθε ομάδα μπορεί να επιλεγεί από οποιοδήποτε πλήθος ποδοσφαιριστών, ομάδες και ποδοσφαιριστές είναι διακεκριμένοι επομένως το πείραμα ισοδυναμεί με την κατανομή $r = 8$ διακεκριμένων σφαιριδίων σε $n = 3$ κελιά. Ο δειγματικός χώρος δημιουργείται από τις διατάξεις με επανάληψη των $n = 3$ ανά $r = 8$, $N = 3^8 = 6561$

(α) Συμβολίζουμε το γεγονός Α={η ομάδα Ο1 επιλέγεται από 2 τουλάχιστον ποδοσφαιριστές }, οπότε Α΄= {η ομάδα Ο1 επιλέγεται από 1 το πολύ ποδοσφαιριστή} και $A(i)$ = (η ομάδα Ο1 επιλέγεται από i ακριβώς ποδοσφαιριστές). Τότε η $P(A)$ μπορεί να υπολογιστεί με έναν από τους παρακάτω τρόπους:

(Ι) $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{8}{0}\cdot 2^{8-0}}{3^8} - \frac{\binom{8}{1}\cdot 2^{8-1}}{3^8} = 0.80491$

(ΙΙ)$P(A) = P\left(\bigcup_{i=2}^{8} A(i)\right) = P\left(\bigcup_{i=0}^{8} A(i)\right) - P\left(\bigcup_{i=0}^{1} A(i)\right) = \frac{1}{3^8}\left(\sum_{i=0}^{8} P(A_i) - \sum_{i=0}^{1} P(A_i)\right) = \frac{1}{3^8}\left(\sum_{i=0}^{8}\binom{8}{i}\cdot 2^{8-i}\cdot 1^i - \binom{8}{0}\cdot 2^{8-0} - \binom{8}{1}\cdot 2^{8-1}\right) = \frac{1}{3^8}\left((2+1)^8 - 2^8 - 8\cdot 2^7\right) = 0.80491$

(ΙΙΙ) $P(A) = P\left(\bigcup_{i=2}^{8} A(i)\right)$, όπου για κάθε i, $P(A_i) = \frac{\binom{8}{i}\cdot 2^{8-i}}{3^8}$ ενώ τα γεγονότα $P(A_i)$ είναι μεταξύ τους ξένα, επομένως $P(A) = P\left(\bigcup_{i=2}^{8} A(i)\right) = \sum_{i=2}^{8} P(A_i) = \frac{1}{3^8}\left(\binom{8}{2}\cdot 2^{8-2} + \binom{8}{3}\cdot 2^{8-3} + \binom{8}{4}\cdot 2^{8-4} + \binom{8}{5}\cdot 2^{8-5} + \binom{8}{6}\cdot 2^{8-6} + \binom{8}{7}\cdot 2^{8-7} + \binom{8}{8}\cdot 2^{8-8}\right) = \frac{5281}{6561} = 0.80491$

(β) Συμβολίζουμε τα γεγονότα, A_i ={η ομάδα 0_i επιλέγεται από 2 τουλάχιστον ποδοσφαιριστές} και Β={Κάθε ομάδα να επιλεγεί από 2 τουλάχιστον ποδοσφαιριστές}.

Τότε $P(B) = P(A_1A_2A_3) = 1 - P(A'_1 \cup A'_2 \cup A'_3) = 1 - \left(P(A'_1) + P(A'_2) + P(A'_3) - P(A'_1A'_2) - P(A'_1A'_3) - P(A'_2A'_3) + P(A'_1A'_2A'_3)\right)$ **(1)**

Όμως $P(A'_i) = 1 - 0.80491 = 0.19509$(από ερώτημα (α)). Για τις πιθανότητες $P\left(A'_iA'_j\right)$ έχουμε τις περιπτώσεις: καμία από τις δυο ομάδες δεν επιλέγονται, η ομάδα O_i επιλέγεται από 1 και η O_j από 0, η ομάδα O_i επιλέγεται από 0 και η O_j από 1 ή η ομάδα O_i επιλέγεται από 1 και η O_j από 1, με πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων αντίστοιχα:1^8, $\binom{8}{1}\cdot 1^7$, $\binom{8}{1}\cdot 1^7$ και $\binom{8}{1}\cdot\binom{7}{1}\cdot 1^6$, επομένως $P\left(A'_iA'_j\right) = \frac{1+\binom{8}{1}\cdot 1^7+\binom{8}{1}\cdot 1^7+\binom{8}{1}\cdot\binom{7}{1}\cdot 1^6}{3^8} = 0.01113$. Τέλος $P(A'_1A'_2A'_3) = 0$ αφού οι παίκτες είναι 8 και θα έπρεπε κάθε ομάδα να επιλεγεί από λιγότερους από δυο παίκτες. Έτσι **(1)**: $P(B) = 1 - 3\cdot 0.19509 + 3\cdot 0.01113 - 0 = 0.44812$.

(γ) Συμβολίζουμε τα γεγονότα, Γ_i ={η ομάδα 0_i δεν επιλέγεται από κανένα ποδοσφαιριστή} και Γ={κάποια από τις ομάδες δεν επιλέγεται από κανένα ποδοσφαιριστή}. Τότε $P(\Gamma) = P(\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3) = P(\Gamma_1) + P(\Gamma_2) + P(\Gamma_3) = \frac{1}{3^8}(2^8 + 2^8 + 2^8) = 0.11706$

ΘΕΜΑ 2: Δυο λεωφορεία, τα Λ1 και Λ2, φθάνουν ανεξάρτητα στο σταθμό υπεραστικών λεωφορείων Θεσσαλονίκης μεταξύ 10 και 10.30πμ και σταθμεύουν για μετεπιβιβάσεις, το μεν Λ1 για 15min,το δε Λ2 για 5min. Να βρεθούν οι πιθανότητες:

(α) Το Λ2 να φθάσει πριν το Λ1.

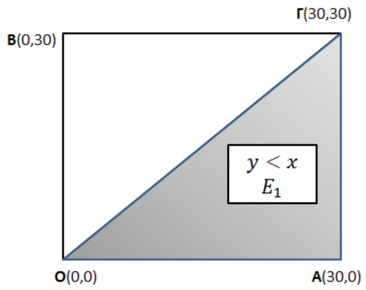
(β) Τα Λ2 (έχοντας σταθμεύσει για 5min) να αναχωρήσει πριν φθάσει το Λ1

(γ) Τα δυο λεωφορεία να μη συναντηθούν καθόλου στο σταθμό τις τρεις από πέντε διαδοχικές μέρες

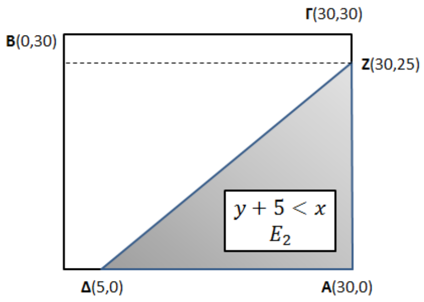
Απάντηση:

Το λεωφορείο Λ1 όπως και το Λ2 μπορούν να βρίσκονται στο σταθμό οποιαδήποτε χρονική στιγμή (λαμβάνοντας υπόψη και το χρόνο στάθμευσης) στα 30 λεπτά μεταξύ 10 και 10.30πμ. Αν x ο χρόνος άφιξης του Λ1 και y ο χρόνος άφιξης του

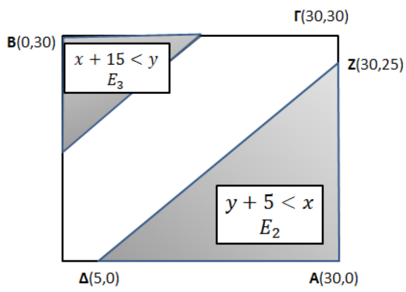
Λ2, οι συντεταγμένες (x, y) στο τετράγωνο ΟΑΓΒ αντιστοιχούν σε όλες τις δυνατές περιπτώσεις για τους χρόνους άφιξης των δυο λεωφορείων. Επομένως ο δειγματικός χώρος ισοδυναμεί με το εμβαδόν του τετραγώνου $E(\Omega) = 30 \cdot 30 = 900$.



(α) το γεγονός $A_1 =${το Λ2 φθάνει πριν από το Λ1} ικανοποιείται για κάθε σημείο (x, y) για το οποίο ισχύει $y < x$ δηλαδή κάθε σημείο του τριγώνου ΟΑΓ ενώ η πιθανότητα του ενδεχομένου αυτού είναι $P(A_1) = \frac{E_1}{E(\Omega)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30}{900} = 0.5$.



(β) Αν το Λ2 έφθασε στην y χρονική στιγμή, έχοντας σταθμεύσει για 5 λεπτά ο χρόνος αναχώρησής του είναι $y + 5$, επομένως αναχωρεί πριν φθάσει το Λ1 αν $y + 5 < x$ και αυτό ικανοποιείται για κάθε σημείο (x, y) στο χωρίο E_2 όπως φαίνεται στο σχήμα. Έτσι αν συμβολίσουμε A_2 το γεγονός του ερωτήματος θα είναι $P(A_2) = \frac{E_2}{E(\Omega)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 25}{900} = 0.34722$



(γ) Τα δυο λεωφορεία δε συναντιούνται αν συμβεί ένα από τα δύο: $y + 5 < x$ (δηλαδή το Λ2 φεύγει πριν φθάσει το Λ1 αφού σταθμεύσει για 5 λεπτά) ή $x + 15 < y$ (δηλαδή το Λ1 φεύγει πριν φθάσει το Λ2 αφού σταθμεύσει για 15 λεπτά) και αυτό συμβαίνει αν το σημείο (x, y) ανήκει είτε στο χωρίο E_2 είτε στο E_3 επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι ίση με : $\frac{E_2 + E_3}{E(\Omega)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{15 \cdot 15 + 30 \cdot 30}{900} = 0.625$
Ζητούμενο όμως είναι να συμβεί αυτό το γεγονός 3 από τις 5 διαδοχικές μέρες. Το γεγονός συμβαίνει ανεξάρτητα από μέρα σε μέρα, επομένως η τυχαία μεταβλητή Χ που μετρά το πλήθος των φορών που συμβαίνει ακολουθεί τη Διωνυμική κατανομή Β(5, 0.625) και η ζητούμενη πιθανότητα είναι η $P(X = 3) = \binom{5}{3} 0.625^3 (1 - 0.625)^{5-3} = 0.34332$

ΘΕΜΑ 3: Έστω Α, Β δυο ανεξάρτητα γεγονότα. Αν η πιθανότητα «να συμβούν ταυτόχρονα» είναι ίση με 1/6 ενώ η πιθανότητα «να συμβεί το Α και όχι το Β» είναι ίση με 1/3 να υπολογίσετε τις πιθανότητες: **(α)** $P(A)$, $P(B)$ και **(β)** $P[AB \mid (A \cup B)]$.

Απάντηση:
Αν Α, Β ανεξάρτητα τότε $P(AB) = P(A)P(B)$, $P(A'B) = P(A')P(B)$, $P(AB') = P(A)P(B')$ και $P(A'B') = P(A')P(B')$.
Δίνονται: $P(AB) = 1/6$, $P(AB') = 1/3$.
(α) $P(AB') = \frac{1}{3} \Leftrightarrow P(A) - P(AB) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{3} + 1/6 \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{2}$
και $P(AB) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow P(A)P(B) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot P(B) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{3}$.
(β) $P[AB \mid (A \cup B)] = \frac{P(AB\,(A \cup B))}{P\,(A \cup B)}$ **(1)**
$AB\,(A \cup B) = AB$, επομένως $P[AB\,(A \cup B)] = P(AB) = 1/6$,
και $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$
έτσι **(1)** : $P[AB \mid (A \cup B)] = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = 1/4$.

ΘΕΜΑ 4: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 - |1 - x|$, όταν $0 < x < 2$ και 0 αλλού. **(α)** Να γράψετε τις ιδιότητες της συνάρτησης πυκνότητας και να δείξετε ότι ικανοποιούνται από την $f(x)$. **(β)** Να βρείτε τη συνάρτηση κατανομής της τ.μ. X και να την χαρακτηρίσετε ως συνεχή ή όχι. **(γ)** Να βρείτε ένα κάτω φράγμα της πιθανότητας $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$ χρησιμοποιώντας την ανισότητα Chebyshev ($P(|X - \mu| \geq k \cdot \sigma) \leq 1/k^2$).
Απάντηση:

(α) Ιδιότητες συνάρτησης πυκνότητας: (ι) $f(x) \geq 0$, (ιι) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$. Για την (ι), $0 < x < 2 \Leftrightarrow |1-x| < 1 \Leftrightarrow 1 - |1-x| > 0$ (επαληθεύστε τις λεπτομέρειες των πράξεων). (ιι) για τη συνάρτηση πυκνότητας έχουμε ότι (επαληθεύστε την εύρεση της κλαδικής μορφής της f):

$$f(x) = \begin{cases} x\,, & 0 < x < 1 \\ 2-x\,, & 1 \leq x < 2 \\ 0\,, & \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}$$

Επομένως $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 xdx + \int_1^2 (2-x)dx = \cdots = 1$.

(β) για τη συνάρτηση κατανομής: αν $x < 0$, τότε $F(x) = 0$, αν $0 \leq x < 1$, τότε $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_0^x tdt = \cdots = \frac{x^2}{2}$, αν $1 \leq x < 2$, τότε $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_0^1 xdx + \int_1^x (2-t)dt = \ldots = \frac{1}{2}(-x^2+4x-2)$ και αν $x \geq 2$, τότε $\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_0^1 \frac{x^2}{2}dx + \int_1^2 (2-x)dx + \int_2^{+\infty} 0dx = 1$, επομένως:

$$F(x) = \begin{cases} 0\,, & x < 0 \\ \frac{x^2}{2}\,, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2}(-x^2+4x-2), & 1 \leq x < 2 \\ 1\,, & x \geq 2 \end{cases}$$

Η παραπάνω συνάρτηση κατανομής είναι συνεχής για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η τυχαία μεταβλητή X είναι συνεχής.

(γ) Υπολογίζουμε τη μέση τιμή και τη διακύμανση της X:

$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 x^2dx + \int_1^2 x(2-x)dx = 1$, $EX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_0^1 x^3dx + \int_1^2 x^2(2-x)dx = 7/6$ και $VarX = EX^2 - (EX)^2 = \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6}$, έτσι:

$P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right) = P\left(-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2}\right) = P(|X-1| < \frac{1}{2})$, και χρησιμοποιώντας την ανισότητα Chebyshev

$$P(|X-1| \geq k \cdot \sigma) \leq \frac{1}{k^2} \Leftrightarrow P(|X-1| < k \cdot \sigma) \geq 1 - 1\Big/k^2 \Leftrightarrow P\left(|X-1| < \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{6}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{6}}\right) \geq 1 - \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow$$

$P\left(|X-1| < \frac{1}{2}\right) \geq \frac{1}{3}$.

ΘΕΜΑ 5: Μια κάλπη περιέχει 12 σφαιρίδια, 8 από τα οποία είναι λευκά και τα υπόλοιπα μαύρα. **(α)** Επιλέγουμε τυχαία χωρίς επανάθεση 4 σφαιρίδια και ορίζουμε τα γεγονότα Α={το δείγμα περιέχει 3 λευκά} και Β={το σφαιρίδιο που επιλέχτηκε τρίτο ήταν λευκό}. Υπολογίστε την πιθανότητα $P(B|A)$. **(β)** Συνεχίζοντας επιλέγουμε χωρίς επανάθεση, ένα ακόμη σφαιρίδιο που είναι λευκό. Με δεδομένο αυτό το γεγονός υπολογίστε την πιθανότητα να είχαμε επιλέξει 3 λευκά και 1 μαύρο την πρώτη φορά.

Απάντηση:

(α) Επιλέγουμε τυχαία χωρίς επανάθεση επομένως η σειρά επιλογής παίζει ρόλο στον υπολογισμό της πιθανότητας. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ **(1)**.

Α={το δείγμα περιέχει 3 λευκά} και Β={το σφαιρίδιο που επιλέχτηκε τρίτο ήταν λευκό}, έτσι το ενδεχόμενο ΑΒ περιέχει όλες τις περιπτώσεις που έχουν 3 λευκά και το τρίτο είναι λευκό, δηλαδή τις : ΛΛ<u>Λ</u>Μ, ΛΜ<u>Λ</u>Λ και ΜΛ<u>Λ</u>Λ με $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4$ ευνοϊκές περιπτώσεις για κάθε μια (διατάξεις) έτσι, $P(AB) = \frac{3\cdot(8\cdot7\cdot6\cdot4)}{12\cdot11\cdot10\cdot9} = 0.33939$.

Επιπλέον $P(A) = \frac{\binom{8}{3}\binom{4}{1}}{\binom{12}{4}} = 0.45253$. Οπότε **(1)** : $P(B|A) = \frac{0.33939}{0.45253} = 0.74998$

(β) Συνεχίζοντας, στην κάλπη έχουμε πια 12-4=8 σφαιρίδια. Από το (α) ερώτημα, Α = {είχαμε επιλέξει 3 λευκά και 1 μαύρο την πρώτη φορά} και Δ = {το πέμπτο σφαιρίδιο που επιλέγουμε είναι λευκό}. Ζητούμενο είναι $P(\mathrm{A}|\Delta) = \frac{P(A\Delta)}{P(\Delta)}$ **(1)**

Συμβολίζουμε Δ_i ={στα 4 σφαιρίδια τα λευκά είναι σε πλήθος i }, έτσι $P(\Delta) = P(\Delta\Delta_0 \cup \Delta\Delta_1 \cup \Delta\Delta_2 \cup \Delta\Delta_3 \cup \Delta\Delta_4) = \sum_{i=0}^{4} P(\Delta_i)P(\Delta|\Delta_i)$ **(2)**

Δ_0: 0 λευκά άρα $P(\Delta_0) = \frac{\binom{8}{0}\binom{4}{4}}{\binom{12}{4}} = 0.00202$ και $P(\Delta_0) \cdot P(\Delta|\Delta_0) = 0.00202 \cdot \frac{8}{8} = 0.00202$, Δ_1: 1 λευκό άρα $P(\Delta_1) = \frac{\binom{8}{1}\binom{4}{3}}{\binom{12}{4}} = 0.06465$ και $P(\Delta_1) \cdot P(\Delta|\Delta_1) = 0.06465 \cdot \frac{7}{8} = 0.05657$, Δ_2: 2 λευκά άρα $P(\Delta_2) = \frac{\binom{8}{2}\binom{4}{2}}{\binom{12}{4}} = 0.33939$ και $P(\Delta_2) \cdot P(\Delta|\Delta_2) = 0.33939 \cdot \frac{6}{8} = 0.25454$, Δ_3: 3 λευκά άρα $P(\Delta_3) = \frac{\binom{8}{3}\binom{4}{1}}{\binom{12}{4}} = 0.45253$ και $P(\Delta_3) \cdot P(\Delta|\Delta_3) = 0.45253 \cdot \frac{5}{8} = 0.28283$ και Δ_4: 4 λευκά άρα $P(\Delta_4) = \frac{\binom{8}{4}\binom{4}{0}}{\binom{12}{4}} = 0.14141$ και $P(\Delta_4) \cdot P(\Delta|\Delta_4) = 0.14141 \cdot \frac{4}{8} = 0.07071$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα Bayes, **(2)** και **(1)**: $P(\mathrm{A}|\Delta) = \frac{0.28283}{0.00202+0.05657+0.25454+0.28283+0.07071} = 0.42424$

ΘΕΜΑ 6: Η τ.μ. X έχει συνάρτηση πυκνότητας $f(x) = e^{-x}, x \geq 0$ και 0 αλλού. **(α)** Να βρείτε τη ροπογεννήτρια της τ.μ. X και να γράψετε τους απαιτούμενους περιορισμούς για την ύπαρξή της. **(β)** Να βρείτε τη συνάρτηση κατανομής της τ.μ. $Y = X^2$.

Απάντηση:

(α) Για τη ροπογεννήτρια: . $M_X(t) = E(e^{tX}) = \int_0^{+\infty} e^{tx}e^{-x}dx = \int_0^{+\infty} e^{-(1-t)x}dx = -\frac{1}{1-t}\int_0^{+\infty} e^{-(1-t)x}d(-(1-t)x) = \frac{1}{1-t}\left(e^0 - \lim_{M\to\infty} e^{-(1-t)M}\right) = \frac{1}{1-t}$, με $1 - t > 0 \Leftrightarrow t < 1$.

(β) $F(y) = P(Y \leq y) = P(X^2 \leq y) = P(-\sqrt{y} \leq X \leq \sqrt{y}) = P(0 \leq X \leq \sqrt{y}) = F_X(\sqrt{y}) = \int_0^{\sqrt{y}} e^{-x}dx = e^0 - e^{-\sqrt{y}} = 1 - e^{-\sqrt{y}}$, όταν $y \geq 0$.

ΘΕΜΑ 7: Το πλήθος Χ των επισκέψεων στις σελίδες ενός νέου site του διαδικτύου, ακολουθεί κατανομή Poisson με παράμετρο λ ($P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k = 0, 1, \ldots$). Από καταγραφές διαπιστώθηκε ότι το διπλάσιο της πιθανότητας «μια σελίδα να έχει το πολύ 2 επισκέψεις» είναι πενταπλάσιο από την πιθανότητα «μία σελίδα να μην έχει επίσκεψη» (η επισκεψιμότητα είναι ανεξάρτητη μεταξύ των σελίδων). Να υπολογίσετε την πιθανότητα δυο σελίδες του site να έχουν συνολικά 3 επισκέψεις.

Απάντηση:

Δίνεται $X \sim \mathrm{P}(\lambda)$, άρα $P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k = 0, 1, \ldots$, επομένως $2 \cdot P(X \leq 2) = 5 \cdot P(X = 0) \Leftrightarrow$ $2 \cdot (e^{-\lambda} + e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda}{1!} + e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^2}{2!}) = 5 \cdot e^{-\lambda}$, απλοποιώντας το $e^{-\lambda}$ και λύνοντας την εξίσωση β΄ βαθμού παίρνουμε $\lambda = 1$, ή $\lambda = -3$ (που απορρίπτεται γιατί $\lambda > 0$), επομένως $X \sim P(1)$. Η επισκεψιμότητα είναι ανεξάρτητη μεταξύ των σελίδων έτσι, (αν X_1το πλήθος επισκέψεων στη μία σελίδα και X_2 στη δεύτερη) η ζητούμενη πιθανότητα είναι:

$$P(X_1 = 0) \cdot P(X_2 = 3) + P(X_1 = 1) \cdot P(X_2 = 2) + P(X_1 = 2) \cdot P(X_2 = 1) + P(X_1 = 3) \cdot P(X_2 = 0)$$
$$= 2 \cdot e^{-1} \cdot e^{-1}\frac{1}{3!} + 2 \cdot e^{-1}\frac{1}{1!} \cdot e^{-1}\frac{1}{2!} = \frac{4}{3}e^{-2} = 0.18045$$