

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Εισαγωγικές Εξετάσεις στην Θεωρητική Πληροφορική και Θεωρία Συστημάτων
& Ελέγχου
Σεπτέμβριος 2016

Θέμα 1. (Μον. 2.5) Δίνονται τα αλφάβητα $A = \{a, b\}$, $B = \{c, d\}$, γλώσσα L από το αλφάβητο A , και η γλώσσα $M = \{wcdw / w \in L\}$. Να δείξετε ότι αν η L είναι αναγνωρίσιμη γλώσσα, τότε και η M είναι επίσης αναγνωρίσιμη γλώσσα.

Θέμα 2. (Μον. 2.5) Ας είναι φ η συνάρτηση του Euler. Να δειχθεί ότι για κάθε θετικό ακέραιο n ισχύει:

$$\sum_{d|n} (-1)^{n/d} \varphi(d) = \begin{cases} 0, & \text{αν } n \text{ είναι άρτιος.} \\ -n, & \text{αν } n \text{ είναι περιττός.} \end{cases}$$

όπου d διατρέχει το σύνολο των θετικών διαιρετών του n .

Θέμα 3. (α) (Μον. 1.25) Δίνεται ο πίνακας τιμών της συνάρτησης $f(x) = x^{1/2}$

x	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$f(x) = x^{1/2}$.3162	.3873	.4472	.5	.5477

Να βρεθούν η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της $f(x)$ στα σημεία $x=0.15$ και 0.25 , χρησιμοποιώντας σαν σημεία παρεμβολής τα $0.10, 0.15, 0.20$ και $0.20, 0.25, 0.30$. Να υπολογισθούν τα πραγματικά σφάλματα.

(β) (Μον. 1.25) Να εφαρμοσθεί η μέθοδος Gauss-Seidel στο τρι-διαγώνιο σύστημα

$$-5x_1 + x_2 = -4$$

$$x_1 - 5x_2 + x_3 = -3$$

$$x_2 - 5x_3 + x_4 = -3$$

$$x_3 - 5x_4 = -4$$

Να βρεθεί η λύση (σε 2 επαναλήψεις) και να συγκριθεί με την ακριβή τιμή $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$. Πώς αλλιώς μπορεί να εκτιμηθεί το σφάλμα?

Θέμα 4. α) (Μον. 1.25) Δίνεται το σύστημα Σ που περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση

$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 6y(t) = u(t)$$

Να υπολογισθεί η έξοδος $y(t)$ του παραπάνω συστήματος αν $y(0^-) = 1$, $\dot{y}(0^-) = -1$ και η

είσοδος $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$. Ποια η απόκριση στην μόνιμη κατάσταση ισορροπίας; Είναι το

σύστημα ασυμπτωτικά ευσταθές;

β) (Μον.1.25) Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του παρακάτω συστήματος

