Ύλη για τις εισαγωγικές εξετάσεις στο ΠΜΣ
Ειδίκευση: Θεωρητικά Μαθηματικά

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

1. Πραγματική Ανάλυση

Πραγματικοί αριθμοί. Αριθμήσιμα και υπεραριθμήσιμα σύνολα. Ακολουθίες και σειρές αριθμών. Αναδιατάξεις σειρών. Παραστάσεις πραγματικών αριθμών. Το σύνολο και η συνάρτηση του Cantor. Είδη συναρτήσεων (μονότονες, φραγμένης κύμανσης, απόλυτα συνεχείς, κυρτές κλπ). Ακολουθίες και σειρές συναρτήσεων. Ομοιόμορφη σύγκλιση και εφαρμογές. Πουθενά διαφορίσιμες συνεχείς συναρτήσεις. Χωροπληρωτικές καμπύλες. Ισοσυνέχεια, θεώρημα Arzela-Ascoli. Θεώρημα πολυωνυμικής προσέγγισης τού Weierstrass. Το μέτρο Lebesgue.

2. Τοπολογία Μετρικών Χώρων

Μετρικοί χώροι, βασικές έννοιες και παραδείγματα. Ανοικτά και κλειστά σύνολα. Ισοδύναμες μετρικές. Σύγκλιση και συνέχεια. Πλήρεις μετρικοί χώροι. Θεώρημα κιβωτισμού. Συμπάγεια και συνάφεια.

3. Μιγαδική Ανάλυση

Μιγαδικοί αριθμοί, το μιγαδικό επίπεδο. Συνέχεια μιγαδικών συναρτήσεων, ακολουθίες μιγαδικών. Τοπολογία στο μιγαδικό επίπεδο. Στοιχειώδεις μιγαδικές συναρτήσεις. Ολόμορφες συναρτήσεις, εξισώσεις Cauchy-Riemann. Μιγαδικό ολοκλήρωμα, Θεωρήματα και ολοκληρωτικός τύπος Cauchy. Συνέπειες, αρχή μεγίστου, Θεώρημα Liouville, Θεώρημα Morera. Ολόμορφες συναρτήσεις ως δυναμοσειρές. Αρχή ταυτισμού, λήμμα Schwarz. Σειρές Laurent, ανώμαλα σημεία ολόμορφων συναρτήσεων. Ολοκληρωτικά υπόλοιπα, εφαρμογές.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1. Θεωρία Επιφανειών

Πρώτη, δεύτερη και τρίτη θεμελιώδης μορφή μιας επιφάνειας. Γωνία επιφανειακών καμπυλών. Καμπυλότητα του Gauss, μέση καμπυλότητα. Ασυμπτωτικές γραμμές. Κυκλικά σημεία. Κάθετη καμπυλότητα, γεωδαισιακή

καμπυλότητα, γεωδαισιακή στρέψη. Γραμμές καμπυλότητας. Πρωτεύουσες καμπυλότητες. Γεωδαισιακές γραμμές. Χρήση των διαφορικών μορφών στη θεωρία επιφανειών.

2. **Διαφορίσιμες πολλαπλότητες**

Η έννοια της διαφορίσιμης πολλαπλότητας. Χάρτες, διαφορίσιμοι άτλαντες. Εφαπτόμενος χώρος. Διαφορικό συνάρτησης, διαφορικό απεικόνισης.

ΑΛΓΕΒΡΑ

1. **Θεωρία Ομάδων**

Ομάδες, υποομάδες και ομομορφισμοί ομάδων. Θεώρημα του Lagrange και ομάδα πηλίκον. Τάξη ομάδας και στοιχείου ομάδας. Θεωρήματα του Euler, του Fermat και του Wilson αι εφαρμογές τους στην αριθμητική. Κανονικές υποομάδες. Συζυγείς υποομάδες. Θεωρήματα ισομορφίας ομάδων. Κυκλικές ομάδες, ταξινόμησή τους και εφαρμογές τους. Εξίσωση κλάσεων. Ομάδες μικρής τάξης. Διεδρική ομάδα. Συμμετρική ομάδα. Ευθέα γινόμενα ομάδων.

2. **Θεωρία Δακτυλίων**

Δακτύλιοι, Σώματα, Ακέραιες περιοχές. Ομομορφισμοί δακτυλίων, ιδεώδη και πράξεις ιδεωδών. Διαιρετότητα σε αντιμεταθετικούς δακτυλίους, ΜΚΔ, ΕΚΠ. Ευθέα γινόμενα δακτυλίων και Θεώρημα υπολοίπων του κινέζου. Ευκλείδειοι αλγόριθμοι. Πρώτα και ανάγωγα στοιχεία. ΔΚΙ και ΔΜΑ. Δακτύλιοι πολυωνύμων. Ανάγωγα πολυώνυμα πάνω από το Q, R, C. Αλγεβρικά και υπερβατικά στοιχεία. Κατασκευή σωμάτων.